

Aplikasi Spline Kuadrat Terkecil dalam Pemodelan Pertumbuhan Anak Berdasarkan Indeks Antropometri

Wahidah Sanusi*

Abstrak

Penelitian ini dilakukan untuk mengestimasi model pertumbuhan anak berdasarkan indeks antropometri. Data yang digunakan adalah data berat badan (kg) dan tinggi badan (cm) siswa SDN Parangtambung II Makassar pada tahun 2008. Pengambilan data dilakukan pada seluruh siswa yang berjumlah 192 orang yang terdiri atas 113 anak laki-laki dan 79 anak perempuan. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa model pertumbuhan anak yang terbaik berdasarkan indeks antropometri adalah indeks berat badan (Y) menurut tinggi badan (X), baik jenis kelamin laki-laki maupun jenis kelamin perempuan. Model untuk jenis kelamin laki-laki dengan umur 6–14 tahun adalah

$$\hat{Y} = 26,42 + 0,24(X - 119,75)_+^2 - 0,29(X - 122,15)_+^2,$$

dengan R^2 sebesar 66,6% dan MSE sebesar 0,36. Model untuk jenis kelamin perempuan dengan umur 6–15 tahun adalah

$$\hat{Y} = -56,115 + 0,624X + 0,013(X - 129,16)^2 - 0,06(X - 137,112)_+^2 + 0,203(X - 146,555)_+^2$$

dengan R^2 sebesar 82,87% dan MSE sebesar 0,19.

Kata Kunci: *Spline kuadrat terkecil, pertumbuhan anak, indeks antropometri.*

1. Pendahuluan

Kurva regresi adalah suatu kurva yang menjelaskan hubungan antara suatu variabel penjelas (prediktor) dengan variabel respon. Permasalahan dalam analisis regresi adalah menentukan bentuk estimasi dari kurva regresi. Pendekatan yang sering digunakan untuk mengestimasi kurva regresi adalah pendekatan parametrik dimana diasumsikan bahwa bentuk fungsional dari kurva regresi tersebut dapat digambarkan secara lengkap oleh sekumpulan parameter dan memenuhi bentuk kurva tertentu. Asumsi pendekatan parametrik adalah kurva regresi dapat diwakili oleh model parametrik (Hardle, 1990), sehingga dapat dikatakan bahwa mengestimasi kurva regresi dengan pendekatan parametrik ekuivalen dengan mengestimasi parameter dimana hasil estimasi tersebut mengikuti model tertentu. Jika model yang diasumsikan ini benar, maka pendekatan parametrik sangat efisien, tetapi jika tidak, maka akan menyebabkan interpretasi data yang menyesatkan (Siminoff, 1996). Selain itu, model parametrik mempunyai keterbatasan dalam mengestimasi pergerakan data yang tidak diharapkan.

Pendekatan lain yang dapat digunakan untuk mengestimasi kurva regresi adalah pendekatan regresi nonparametrik. Pendekatan ini tidak memberikan asumsi terhadap bentuk kurva regresi, sehingga memberikan fleksibilitas yang lebih besar, dalam hal ini data yang lebih banyak memberikan informasi tentang kurvanya. Dalam pendekatan regresi nonparametrik, umumnya fungsi regresi hanya diasumsikan termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu. Pemilihan

* Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Makassar, Makassar

Email: w_sanusi@yahoo.com

ruang fungsi ini dimotivasi oleh sifat kehalusan (*smoothness*) yang diasumsikan dimiliki oleh fungsi regresi tersebut.

Misalkan model regresi adalah $y_i = f(t_i) + \varepsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, dengan y_i adalah variabel respon, t_i adalah variabel prediktor, $f(t_i)$ adalah kurva regresi yang akan diestimasi dan ε_i adalah galat acak yang saling independen dan berdistribusi normal dengan mean nol dan variansi σ^2 . Spline merupakan salah satu metode regresi nonparametrik yang dapat digunakan untuk mengestimasi kurva regresi tersebut. Estimator spline ini diperoleh dengan meminimumkan *penalized least square*, yaitu kriteria estimasi yang menggabungkan kesesuaian kurva terhadap data (*goodness of fit*), dalam hal ini $n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - f(t_i))^2$ dan kehalusan kurva (*smoothness*), dalam hal

ini $\int_a^b (f^{(m)}(t))^2 dt$ dengan a, b bilangan riil serta $f^{(m)}(t)$ adalah turunan ke- m fungsi $f(t)$

terhadap t . Keseimbangan antara kesesuaian kurva terhadap data dengan kehalusan kurva tersebut diatur oleh suatu parameter penghalus (Eubank, 1998). Dalam Wahba (1990) ditunjukkan bahwa spline memiliki sifat-sifat statistik yang berguna dan perlu dipertimbangkan sebagai salah satu metode untuk menganalisis hubungan regresi (Moussa & Cheema, 1992). Salah satu estimator Spline yang biasa digunakan adalah estimator Spline Kuadrat Terkecil.

Dalam penelitian ini akan digunakan spline kuadrat terkecil dalam mengestimasi model pertumbuhan anak berdasarkan indeks antropometri. Pertumbuhan anak memperlihatkan status gizi anak. Status gizi didefinisikan sebagai tanda-tanda yang diakibatkan oleh keseimbangan antara pemasukan gizi dan pengeluaran organisme atau keadaan tubuh yang diakibatkan oleh konsumsi, penyerapan dan penggunaan makanan. Penilaian status gizi dapat dilakukan melalui penilaian klinis, biokimia dan secara antropometri. Ada tiga macam indeks antropometri yang sering digunakan, yaitu

1. Berat badan menurut umur (BB/U).
2. Tinggi badan menurut umur (TB/U).
3. Berat badan menurut tinggi badan (BB/TB).

2. Metode Penelitian

2.1. Sumber Data

Data yang digunakan adalah data berat badan (kg) dan tinggi badan (cm) siswa SDN Parangtambung II Makassar mulai umur 79 sampai 164 bulan untuk anak laki-laki dan umur 81 sampai 173 bulan untuk anak perempuan. Pengambilan data dilakukan pada seluruh siswa SDN Parangtambung II Makassar yang berjumlah 192 siswa, dimana terdapat 113 siswa berjenis kelamin laki-laki dan 79 siswi yang berjenis kelamin perempuan.

2.2. Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini model pertumbuhan anak akan diestimasi berdasarkan Indeks antropometri tersebut untuk masing-masing jenis kelamin. Model tersebut adalah

- (1) Berat badan menurut umur, dimana berat badan sebagai variabel respon (Y) dan umur sebagai variabel prediktor (X), dan
- (2) Berat badan menurut tinggi badan, dimana berat badan sebagai variabel respon (Y) dan tinggi badan (X) sebagai variabel prediktor.

2.3. Langkah-langkah Analisis

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini, sebagai berikut:

1. Mengurutkan data berat badan dan tinggi badan anak laki-laki maupun perempuan dari yang terkecil hingga terbesar untuk masing-masing golongan umur. Setiap golongan umur terdiri atas satu atau lebih berat badan dan tinggi badan anak laki-laki maupun perempuan.
2. Mengambil data berat badan dan tinggi badan anak laki-laki dan perempuan pada persentil ke-90. Hal ini dilakukan karena standar gizi seorang anak dikatakan baik jika nilai gizi anak tersebut lebih dari atau sama dengan 90% .
3. Menentukan letak titik knot (ξ_i) untuk masing-masing model, lalu dihitung skor GCV (*Generalized Cross-Validation*) dan dipilih titik knot yang meminimumkan GCV.
4. Mendefinisikan matriks X , yaitu:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 1, \\ x_2(t) &= t, \\ &\vdots \\ x_m(t) &= t^{m-1}, \\ x_{m+1}(t) &= (t - \xi_1)_+^{m-1}, \\ &\vdots \\ x_{m+k}(t) &= (t - \xi_k)_+^{m-1}. \end{aligned}$$

dimana m menyatakan orde ke- m , k menyatakan banyaknya titik knot.

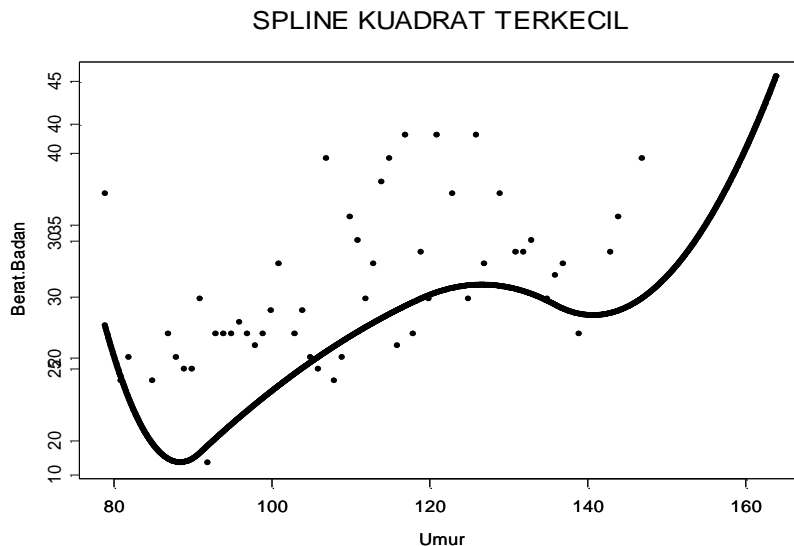
5. Model yang diestimasi berbentuk $f_\lambda = \sum_{j=1}^{m+k} \beta_{\lambda_j} x_j$. Kemudian dicari estimasi dari $\beta_\lambda = (\beta_{\lambda_1}, \dots, \beta_{\lambda_{m+k}})^T$ dengan $\beta_\lambda = [X(\lambda)^T X(\lambda)]^{-1} X(\lambda)^T Y$.
6. Melakukan analisis diagnostik terhadap galat/residual.
7. Melakukan pengujian signifikansi koefisien regresi secara simultan dan individu.
8. Mengestimasi model pertumbuhan anak berdasarkan model regresi nonparametrik yang diperoleh.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Penaksiran Model Pertumbuhan Anak Laki-laki Berdasarkan Indeks Berat Badan Menurut Umur

Dalam analisis data ini, variabel respon (Y) adalah data berat badan (kg) anak laki-laki, sedang variabel prediktornya (X) adalah data umur anak laki-laki (bulan) pada persentil ke-90.

Berdasarkan nilai GCV diperoleh tiga titik knot yang meminimumkan GCV, yaitu $\xi_1 = 91$, $\xi_2 = 119$, dan $\xi_3 = 136$ dengan nilai GCV = 30,45706.



Gambar 1. Kurva spline kuadrat berat badan menurut umur anak laki-laki.

Penggunaan taraf nyata $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa modelnya signifikan dengan $R^2=48,82\%$ dan nilai MSE sebesar 0,57. Estimasi modelnya, sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 839,51 - 18,55X + 0,104X^2 - 0,111(X - 91)_+^2 + 0,048(X - 136)_+^2.$$

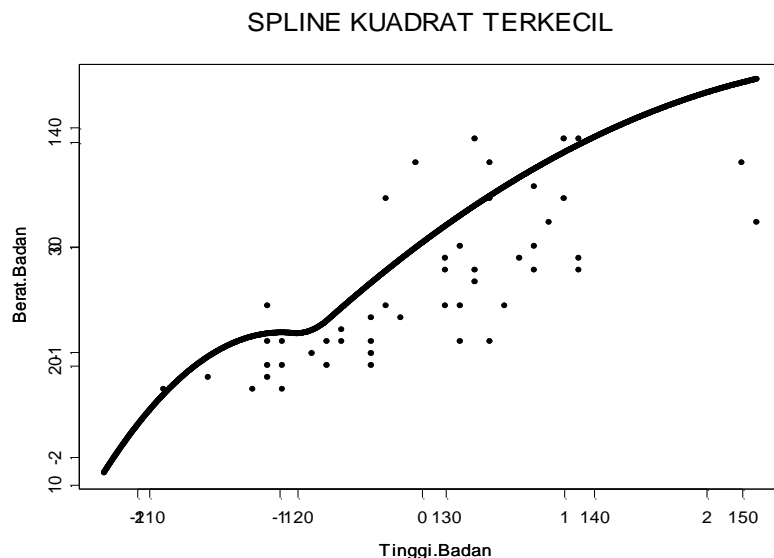
Model ini ekuivalen dengan

- $\hat{Y} = 839,51 - 18,55X + 0,104X^2$, untuk $79 \leq X < 91$.
- $\hat{Y} = 839,51 - 18,55X + 0,104X^2 - 0,111(X - 91)^2$, untuk $91 \leq X < 136$.
- $\hat{Y} = 839,51 - 18,55X + 0,104X^2 - 0,111(X - 91)^2 + 0,048(X - 136)^2$, untuk $136 \leq X < 164$.

Berdasarkan Gambar 1 dan model yang diperoleh, nampak bahwa pada umur sekitar 91 bulan proses pertumbuhan (pertambahan berat badan) anak laki-laki berlangsung sangat cepat dan mulai menurun pada umur sekitar 130 bulan dan kembali terjadi peningkatan pada umur sekitar 136 bulan.

3.2. Penaksiran Model Pertumbuhan Anak Laki-laki Berdasarkan Indeks Berat Badan Menurut Tinggi Badan

Dalam penaksiran model ini, variabel respon (Y) digunakan data berat badan dan variabel prediktor (X) digunakan data tinggi badan pada persentil ke-90. Berdasarkan nilai GCV diperoleh dua titik knot yang meminimumkan GCV, yaitu $\xi_1 = -0,9$ dan $\xi_2 = -0,65$ dengan nilai GCV = 0,3981603.



Gambar 2. Kurva spline kuadrat berat badan menurut tinggi badan anak laki-laki.

Penggunaan taraf nyata $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa modelnya signifikan dengan $R^2 = 66,6\%$ dan nilai MSE sebesar 0,36. Estimasi modelnya, sebagai berikut:

$\hat{Y} = 26,42 + 0,24(X - 119,75)_+^2 - 0,29(X - 122,15)_+^2$, yang ekuivalen dengan

- $\hat{Y} = 26,42$, untuk $107 \leq X < 119,75$.
- $\hat{Y} = 26,42 + 0,24(X - 119,75)^2$, untuk $119,75 \leq X < 122,15$.
- $\hat{Y} = 26,42 + 0,24(X - 119,75)^2 - 0,29(X - 122,15)^2$,
untuk $122,15 \leq X < 151$.

Berdasarkan Gambar 2 dan model yang diperoleh, nampak bahwa pada tinggi badan sekitar 120 cm proses pertumbuhan (pertambahan berat badan) anak laki-laki berlangsung sangat cepat.

3.3. Penaksiran Model Pertumbuhan Anak Perempuan Berdasarkan Indeks Berat Badan Menurut Umur

Dalam penaksiran model ini, variabel respon (Y) digunakan data berat badan dan variabel prediktor (X) digunakan data umur. Berdasarkan nilai GCV diperoleh dua titik knot yang meminimumkan GCV, yaitu $\xi_1 = 0,8$ dan $\xi_2 = 1,25$ dengan nilai GCV = 0,5143789.

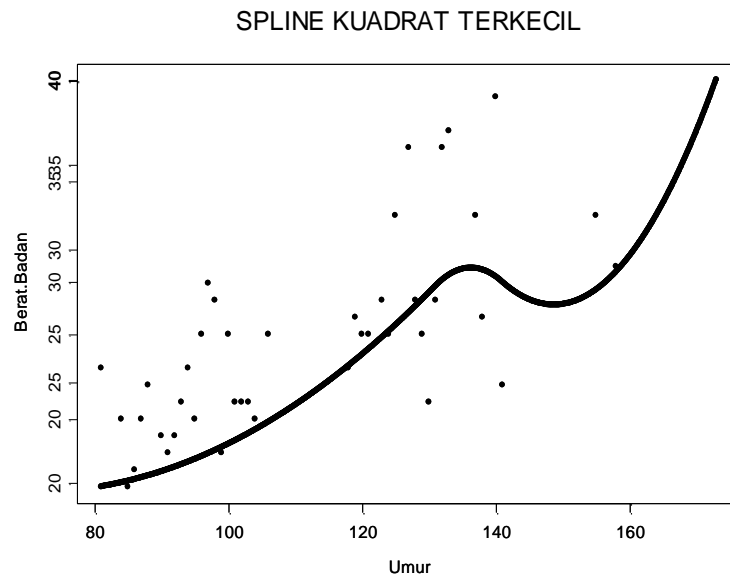
Penggunaan taraf nyata $\alpha = 0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa modelnya signifikan dengan $R^2 = 58,85\%$ dan nilai MSE sebesar 0,45. Estimasi modelnya, sebagai berikut:

$$\hat{Y} = -1,835 + 0,238X - 0,034(X - 131,462)_+^2 + 0,051(X - 141,65)_+^2.$$

Model ini ekuivalen dengan

- $\hat{Y} = -1,835 + 0,238X$, untuk $81 \leq X < 131,42$.
- $\hat{Y} = -1,835 + 0,238X - 0,034(X - 131,462)^2$, untuk
 $131,42 \leq X < 141,65$.

- $\hat{Y} = -1,835 + 0,238X - 0,034(X - 131,462)^2 + 0,051(X - 141,65)^2$,
untuk $141,65 \leq X < 173$.

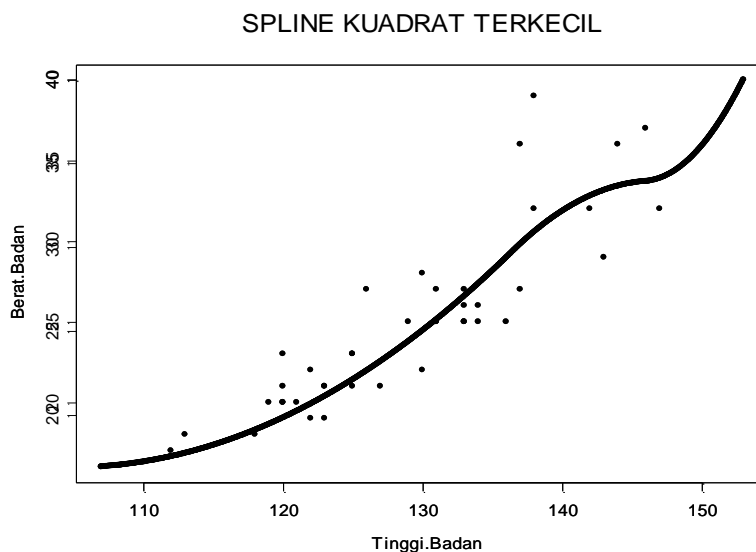


Gambar 3. Kurva spline kuadrat berat badan menurut umur anak perempuan.

Berdasarkan Gambar 3 dan model yang diperoleh, nampak bahwa pada umur sekitar 97 bulan proses pertumbuhan (pertambahan berat badan) anak perempuan berlangsung sangat cepat dan mulai menurun pada umur sekitar 137 bulan dan kembali terjadi peningkatan pada umur sekitar 145 bulan.

3.4. Penaksiran Model Pertumbuhan Anak Perempuan Berdasarkan Indeks Berat Badan Menurut Tinggi Badan

Dalam penaksiran model ini, variabel respon (Y) digunakan data berat badan dan variabel prediktor (X) digunakan data tinggi badan pada persentil ke-90. Berdasarkan nilai GCV diperoleh dua titik knot yang meminimumkan GCV, yaitu $\xi_1 = 0,8$ dan $\xi_2 = 1,75$ dengan nilai GCV = 0,2141346.



Gambar 4. Kurva spline kuadrat berat badan menurut tinggi badan anak perempuan.

Penggunaan taraf nyata $\alpha=0,05$ diperoleh kesimpulan bahwa modelnya signifikan dengan $R^2 = 82,87\%$ dan nilai MSE sebesar 0,19. Estimasi modelnya, sebagai berikut:

$$\hat{Y} = -56,115 + 0,624X + 0,013(X - 129,16)^2 - 0,06(X - 137,112)_+^2 + 0,203(X - 146,555)_+^2$$

Model ini ekuivalen dengan

- $\hat{Y} = -56,115 + 0,624X + 0,013(X - 129,16)^2$, untuk $107 \leq X < 137,112$.
- $\hat{Y} = -56,115 + 0,624X + 0,013(X - 129,16)^2 - 0,06(X - 137,112)^2$,
untuk $137,112 \leq X < 146,555$.
- $\hat{Y} = -56,115 + 0,624X + 0,013(X - 129,16)^2 - 0,06(X - 137,112)^2 + 0,203(X - 146,555)^2$
untuk $146,555 \leq X < 153$.

Berdasarkan Gambar 4 dan model yang diperoleh, nampak bahwa pada tinggi badan sekitar 123 cm proses pertumbuhan (pertambahan berat badan) anak perempuan berlangsung sangat cepat dan mulai terjadi sedikit penurunan pada tinggi badan sekitar 145 cm dan kembali terjadi peningkatan pada tinggi badan sekitar 147 cm.

4. Kesimpulan dan Saran

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan beberapa model yang diperoleh dalam penelitian ini, maka model pertumbuhan anak berdasarkan indeks antropometri yang terbaik adalah model berat badan (Y) menurut tinggi badan (X) baik jenis kelamin laki-laki maupun jenis kelamin perempuan, masing-masing modelnya sebagai berikut:

1. Untuk jenis kelamin laki-laki dengan umur 6–14 tahun:

$$\hat{Y} = 26,42 + 0,24(X - 119,75)_+^2 - 0,29(X - 122,15)_+^2$$

2. Untuk jenis kelamin perempuan dengan umur 6–15 tahun:

$$\hat{Y} = -56,115 + 0,624X + 0,013(X - 129,16)^2 - 0,06(X - 137,112)_+^2 + 0,203(X - 146,555)_+^2$$

4.2. Saran

Perlu dikembangkan penelitian lebih lanjut mengenai model pertumbuhan anak berdasarkan faktor-faktor lain selain faktor indeks antropometri dengan menggunakan pendekatan spline atau analisis regresi nonparametrik lainnya.

Ucapan Terima Kasih

Penelitian ini terlaksana atas kerjasama dari berbagai pihak, khususnya pihak Lembaga Penelitian UNM Makassar dan pihak Ditjen Dikti Depdiknas Jakarta. Oleh karena itu, kami mengucapkan terima kasih yang setinggi-tingginya kepada:

1. DP2M Ditjen Dikti Depdiknas Jakarta.
2. Bapak Ketua Lembaga Penelitian UNM Makassar beserta stafnya.
3. Bapak Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar.
4. Ibu Kepala sekolah SDN Parangtambung II Makassar.
5. Bapak dan Ibu Tim Reviewer Universitas Negeri Makassar.

Daftar Pustaka

- [1] Budiantara, I.N., 2001, Estimasi Parametrik dan Nonparametrik untuk Pendekatan Kurva Regresi, *Proceeding Seminar Nasional Statistika V*, ITS Surabaya.
- [2] Craven, P., Wahba, G., 1979, Smoothing Noisy Data with Spline Functions, *Numer. Math.*, 31, 377 – 390.
- [3] Eubank, R.L., 1988, *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcell Dekker Inc., New York.
- [4] Green, P.J., Silverman, B., 1994, *Nonparametric Regression and Generalized Linear Models (a roughness penalty approach)*, Chapman and Hall, New York.
- [5] Hardle, W., 1990, *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, New York.
- [6] Moussa, M.A.A., Cheema, 1992, Nonparametric Regression in Curve Fitting, *The Statisticians*, 41, 209 – 225.
- [7] Santoso, S., Ranti, L.A., 1999, *Kesehatan dan Gizi*, Rineka Cipta, Jakarta.
- [8] Seber, G.A.F, 1977, *Linear Regression Analysis*, John Wiley and Sons, New York.

- [9] Sediaoetama, A. D., 1993, *Ilmu Gizi*, Dian Rakyat, Jakarta.
- [10] Siminoff, 1996, *Smoothing Methods in Statistics*, Springer Verlag, New York.
- [11] Speckman, P., 1985, Spline Smoothing and Optimal Rates of Convergence in Nonparametric Regression Models, *Annal Statist*, 13, 970-983.
- [12] Wahba, G., 1990, Spline Models for Observational Data, *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Pennsylvania Philadelphia.
- [13] Sanusi, W., 2006, Perbandingan Sifat Asimtotik Estimasi Kurva Spline Reinsch dengan Spline Speckman, *Jurnal Transformasi*, Vol. Edisi Khusus, Pebruari 2006, hal. 11 – 19, ISSN 0854 – 7874, FMIPA UNM Makassar.
- [14] Sanusi, W., 2006, Perbandingan Sifat Asimtotik Estimasi Variansi Galat Spline Reinsch dengan Spline Speckman, *Jurnal MIPA dan Pembelajarannya*, Vol. Edisi Khusus, Nopember 2006, ISSN 1907 – 1926, IKA FMIPA UNM Makassar.