J M S K
Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi
http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk
Vol. 3, No.1,31-42, Juli 2006

ISBN:1858-1382

Model Predator Prey Harimau Sumatera (*Panthera Tigris Sumatrae*) Dan Babi Hutan (*Sus Scrofa*)

Kasbawati*

Abstrak

Makalah ini mengangkat masalah tentang model *predator prey* antara Harimau Sumatera sebagai *predator* dan Babi Hutan sebagai *prey*. Tingginya tingkat perburuan liar Harimau Sumatera menyebabkan populasinya terancam punah. Melalui model yang dibentuk akan ditentukan suatu kebijakan perburuan legal sehingga walaupun Harimau Sumatera diburu tetapi tidak mengakibatkan populasinya terancam punah.

Keywords: *Predator prey, Harimau Sumatera, Babi Hutan, Kestabilan*

1. Pendahuluan

Harimau Sumatera (*Panthera Tigris Sumatrae*) sesuai dengan namanya hanya dapat ditemukan di pulau Sumatera. Satwa ini hidup secara alami hampir di seluruh bagian Pulau Sumatera. Mangsa utamanya adalah Babi Hutan selain rusa, kijang, kera dan satwa liar lainnya. Saat ini keberadaan populasi Harimau Sumatera terancam punah. Penelitian tentang hal ini telah dilakukan sejak tahun 1978. Jumlah populasi Harimau Sumatera di pulau tersebut terus mengalami penurunan bahkan hampir mencapai kepunahan yang disebabkan karena jumlah perburuan liar yang sangat tinggi. Berikut data jumlah populasi Harimau Sumatera di pulau Sumatera yang dikumpulkan dari berbagai situs tentang populasi Harimau Sumatera.

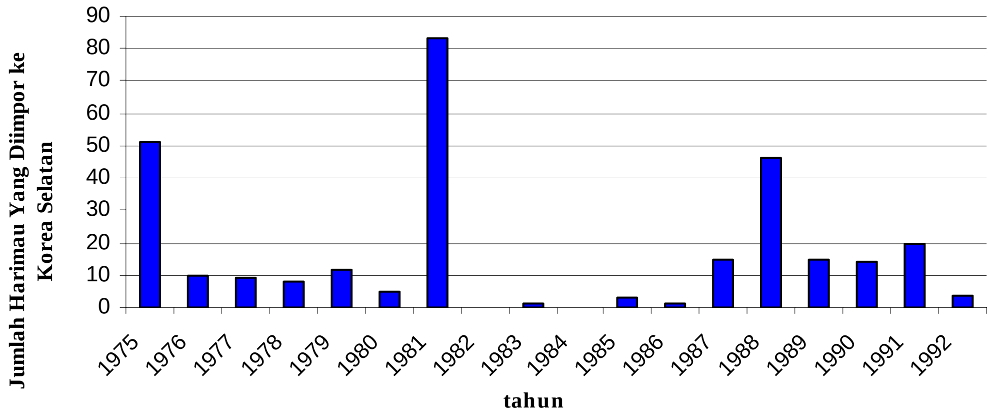
Tabel 1: Data Jumlah Populasi Harimau Sumatera di pulau Sumatera

Tahun	**Jumlah populasi Harimau sumatera**
1978	1000
1985	800
1992	400
1994	245
1995	181
2005	60

Sumber : *Sumatran Tiger Conservation Programme (STCP)*

Dari data tersebut dapat dilihat bahwa populasi Harimau Sumatera terus menurun dari tahun ke tahun akibat maraknya perburuan liar. Umumnya Harimau diburu untuk diperdagangkan karena mengingat tingginya harga jual dari tiap bagian tubuh Harimau. Berikut data jumlah Harimau Sumatera yang diburu per tahun yang berupa data perdagangan tulang Harimau.

* *Mahasiswa Pascasarjana pada Institut Teknologi Bandung*



Grafik 1. Data Jumlah Harimau Sumatera yang di ekspor ke Korea Selatan
(Sumber : *Laporan peneltian oleh Traffic Southeast ASIA*)

Jumlah Harimau tersebut diestimasi dari berat rangka tulang Harimau yang diekspor ke Korea Selatan untuk dijadikan bahan obat tradisional, dimana 1 rangka Harimau diperkirakan mempunyai berat 12 kg. Dari data tersebut dapat dilihat bahwa perburuan liar Harimau Sumatera terus berlanjut dari tahun 1975 sampai tahun 1992. Sejak perdagangan Harimau ditetapkan sebagai perdagangan yang illegal yaitu di tahun 1993, tidak ada lagi data yang menjelaskan berapa jumlah Harimau yang diperdagangkan per tahun.

Walaupun demikian penelitian terus dilakukan sampai sekarang dan diduga paling sedikit lima ekor Harimau Sumatera diburu setiap tahun dari populasi alamnya. Bila perburuan liar Harimau Sumatera di taman nasional dan kawasan hutan lindung di Sumatera masih terus berlangsung tanpa ada upaya menghentikan atau mengurangi jumlah perburuannya, maka dalam jangka waktu 10 hingga 15 tahun mendatang satwa langka ini akan punah, menyusul dua subspesies lainnya yaitu Harimau Jawa dan Harimau Bali.

Mengingat jumlah populasi Harimau Sumatera yang terus menurun akibat tingginya jumlah perburuan liar maka kami mencoba memodelkan masalah tersebut dan melalui model yang dibentuk akan ditentukan suatu kebijakan perburuan legal untuk menjaga agar populasinya tidak terancam punah walaupun tetap diburu setiap tahun.

2. Formulasi Model

Model interaksi yang akan dibentuk berupa model interaksi *predator prey* antara Harimau Sumatera dan Babi Hutan dengan Harimau sebagai pemangsa (*predator*) dan Babi Hutan sebagai mangsa (*prey*). Dalam membentuk model ini diperlukan beberapa asumsi awal, yaitu:

a) Populasi Harimau dan Babi Hutan diasumsikan tertutup sehingga tidak ada imigrasi atau emigrasi.
b) Populasi Harimau bertambah karena proses kelahiran alami dan ketersediaan mangsa dalam habitat dan berkurang karena proses kematian alami, kekurangan mangsa dalam habitat dan adanya perburuan ilegal.

c) Populasi Babi Hutan bertambah karena proses kelahiran alami dan ketersediaan makanan di alam dan berkurang karena proses kematian alami dan kekurangan makanan di alam.
d) Laju kelahiran dan kematian kedua populasi konstan.
e) Mangsa utama dari Harimau Sumatera adalah Babi Hutan.
f) Sumber makanan Babi Hutan hanya bergantung pada alam.
g) Tidak ada perburuan terhadap Babi Hutan.
h) Harimau Sumatera diburu setiap tahun dengan jumlah perburuan yang konstan.

Dari asumsi-asumsi di atas dapat dibentuk model dari kedua populasi sebagai berikut:

1. *Model laju perubahan populasi Harimau Sumatera.*

Untuk satu satuan waktu :

$$H(t+1) - H(t) = -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P$$

Untuk selang waktu Δt :

$$\frac{H(t+\Delta t) - H(t)}{\Delta t} = -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P$$

$$H(t+\Delta t) - H(t) = \left(-\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P\right)\Delta t$$

$$\Delta H(t) = \left(-\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P\right)\Delta t$$

Untuk selang waktu $\Delta t \to 0$:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta H(t)}{\Delta t} = -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P$$

$$\frac{dH(t)}{dt} = -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P$$

2. *Model laju perubahan populasi Babi Hutan*

Untuk satu satuan waktu :

$$B(t+1) - B(t) = \mu_2 B(t)\left(1 - \frac{B(t)}{c}\right) - \gamma_2 H(t)B(t)$$

$$= \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t)$$

Untuk selang waktu Δt :

$$\frac{B(t+\Delta t) - B(t)}{\Delta t} = \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t)$$

$$B(t+\Delta t) - B(t) = \left(\mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t)\right)\Delta t$$

$$\Delta B(t) = \left(\mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t)\right)\Delta t$$

Untuk selang waktu $\Delta t \to 0$:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta B(t)}{\Delta t} = \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t)$$

$$\frac{dB(t)}{dt} = \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t)$$

Jadi diperoleh model predator prey antara Harimau Sumatera dan Babi Hutan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dH(t)}{dt} &= -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P \\ \frac{dB(t)}{dt} &= \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t) \end{aligned} \tag{1}$$

dimana $\mu_i = \beta_i - \alpha_i$, $i = 1,2$, $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i > 0$, $i = 1,2$.

Parameter yang digunakan :

- $H(t)$: Jumlah populasi Harimau Sumatera pada tahun ke-t (ekor)
- $B(t)$: Jumlah populasi Babi Hutan pada tahun ke-t (ekor)
- α_1 : Rata-rata kematian alami Harimau (per tahun)
- α_2 : Rata-rata kematian alami Babi Hutan (per tahun)
- β_1 : Rata-rata kelahiran alami Harimau (per tahun)
- β_2 : Rata-rata kelahiran alami Babi Hutan (per tahun)
- γ_1 : Rata-rata (peluang) Harimau dapat bertahan hidup karena keberadaan Babi Hutan (per tahun)
- γ_2 : Rata-rata (peluang) Babi Hutan mati karena keberadaan Harimau (per tahun)
- C : Jumlah maksimal Babi Hutan yang dapat ditampung dalam satu wilayah (*carrying capacity*)
- P : Jumlah Harimau Sumatera yang diburu pada setiap tahun

3. Analisis Model

3.1 Titik tetap populasi.

Tinjau kembali model yang telah dibentuk:

$$\begin{aligned} \frac{dH(t)}{dt} &= -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P \\ \frac{dB(t)}{dt} &= \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t) \end{aligned} \tag{2}$$

Dengan membuat persamaan (2) sama dengan nol maka akan diperoleh titik tetap yang berupa titik perpotongan antar kedua populasi yaitu :

1. $$H1 := \frac{\gamma 1\ c\ \mu 2 - \mu 1\ \mu 2 + \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2}}{2\ \gamma 1\ c\ \gamma 2}$$
$$B1 := c - \frac{\gamma 1\ c\ \mu 2 - \mu 1\ \mu 2 + \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2}}{2\ \gamma 1\ \mu 2}$$

2. $$H2 := \frac{\gamma 1\ c\ \mu 2 - \mu 1\ \mu 2 - \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2}}{2\ \gamma 1\ c\ \gamma 2}$$
$$B2 := c - \frac{\gamma 1\ c\ \mu 2 - \mu 1\ \mu 2 - \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2}}{2\ \gamma 1\ \mu 2}$$

Kestabilan kedua titik tersebut dapat ditentukan dari nilai eigennya yang merupakan solusi dari matriks Jacobian:

$$J := \begin{bmatrix} -\mu 1 + \gamma 1\ B & \gamma 1\ H \\ -\gamma 2\ B & \mu 2 - \frac{2\ \mu 2\ B}{c} - \gamma 2\ H \end{bmatrix}$$

Dengan mensubtitusi kedua titik tetap ke matriks Jacobian di atas akan diperoleh matriks Jacobian untuk masing-masing titik. Karena cukup sulit untuk menentukan jenis nilai eigen dari kedua titik tersebut maka untuk analisis kestabilan akan digunakan kriteria Routh-Hurwitz, yaitu dengan melihat koefisien dari persamaan karakteristik:

$$a0.\lambda^2 + a1.\lambda + a2 = 0 \qquad (3)$$

Dengan Kriteria Kestabilan Hurwitz, persamaan (3) akan stabil asimptotik jika dan hanya jika $a0,\ a1,\ a2 > 0$ dan $\begin{vmatrix} a1 & a0 \\ 0 & a2 \end{vmatrix} > 0$.

1. Untuk titik tetap (B_1, H_1), dari matriks jacobiannya diperoleh persaman karakteristik dengan masing-masing koefisien sebagai berikut:

$$a0 := 1$$

$$\begin{aligned} a1 := (&\gamma 1\ c\ \mu 2^2 - \mu 2\ \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2} \\ &+ \mu 1\ \mu 2\ \gamma 1\ c - \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2 + \mu 2^2\ \mu 1 \\ &+ \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2}\ \gamma 1\ c)/(2\ \gamma 1\ c\ \mu 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a2 := (&-\mu 1^2\ \mu 2^2 + 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c \\ &+ \gamma 1\ c\ \mu 2\ \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2} + 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2 \\ &+ \mu 1\ \mu 2\ \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2} - \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2)/(2\ \gamma 1 \\ &c\ \mu 2) \end{aligned}$$

Misalkan

$$A := \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2}\ ,\ A > 0 \Leftrightarrow \frac{G + C}{4E + 2B} > 1$$

$$B = \mu_1 \mu_2 \gamma_1 c\ ;\ C = \mu_2 {\gamma_1}^2 c^2\ ;\ D = {\mu_2}^2 \mu_1\ ;\ E = \gamma_1 \gamma_2 cP;\ F = \gamma_1 c \mu_2^2\ ;\ G = {\mu_1}^2 \mu_2$$

- Koefisien $a0 = 1 > 0$ (memenuhi)
- Koefisien $a1 > 0$ jika dan hanya jika $\dfrac{B + D + F + A\gamma_1 c}{C + A\mu_2} > 1$
- Koefisien $a2 > 0$ jika dan hanya jika $\dfrac{2B + 4E + A\gamma_1 c + A\mu_1}{C + G} > 1$
- $\begin{vmatrix} a1 & a_0 \\ 0 & a2 \end{vmatrix} > 0 \iff a1.a2 > 0 \iff a1 > 0 \wedge a2 > 0$

Dari kondisi di atas dapat diketahui bahwa titik tetap (B_1, H_1) akan stabil asimptotik jika memenuhi:

$$\frac{G + C}{4E + 2B} > 1, \quad \frac{B + D + F + A\gamma_1 c}{C + A\mu_2} > 1 \quad \text{dan} \quad \frac{2B + 4E + A\gamma_1 c + A\mu_1}{C + G} > 1$$

2. Untuk titik tetap (B_2, H_2), dari matriks Jacobiannya diperoleh persaman karakteristik dengan masing-masing koefisien:

$$a0 := 1$$

$$a1 := -(-\gamma 1\ c\ \mu 2^2 - \mu 2\sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2} - \mu 1\ \mu 2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2 - \mu 2^2\ \mu 1 + \sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2}\ \gamma 1\ c)/(2\ \gamma 1\ \mu 2\ c)$$

$$a2 := -(\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1\ c\ \mu 2\sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2} - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2 + \mu 1\ \mu 2\sqrt{\mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2} + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2)/(2\ \gamma 1\ \mu 2\ c)$$

- Koefisien $a0 = 1 > 0$ (memenuhi).
- Koefisien $a1 > 0$ jika dan hanya jika $\dfrac{B + D + F - A\gamma_1 c}{C - A\mu_2} > 1$
- Koefisien $a2 > 0$ jika dan hanya jika $\dfrac{2B + 4E - A\gamma_1 c - A\mu_1}{C + G} > 1$
- $\begin{vmatrix} a1 & a0 \\ 0 & a2 \end{vmatrix} > 0 \iff a1.a2 > 0$

Dari kondisi di atas dapat diketahui bahwa titik tetap (B_2, H_2) akan stabil asimptotik jika:

$$\frac{G + C}{4E + 2B} > 1\ ; \quad \frac{B + D + F - A\gamma_1 c}{C - A\mu_2} > 1 \quad \text{dan} \quad \frac{2B + 4E - A\gamma_1 c - A\mu_1}{C + G} > 1$$

3.2. Model Dinamik

Tinjau kembali model yang telah dibentuk:

$$\begin{aligned}\frac{dH(t)}{dt} &= -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P(t) \\ \frac{dB(t)}{dt} &= \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t)\end{aligned} \tag{4}$$

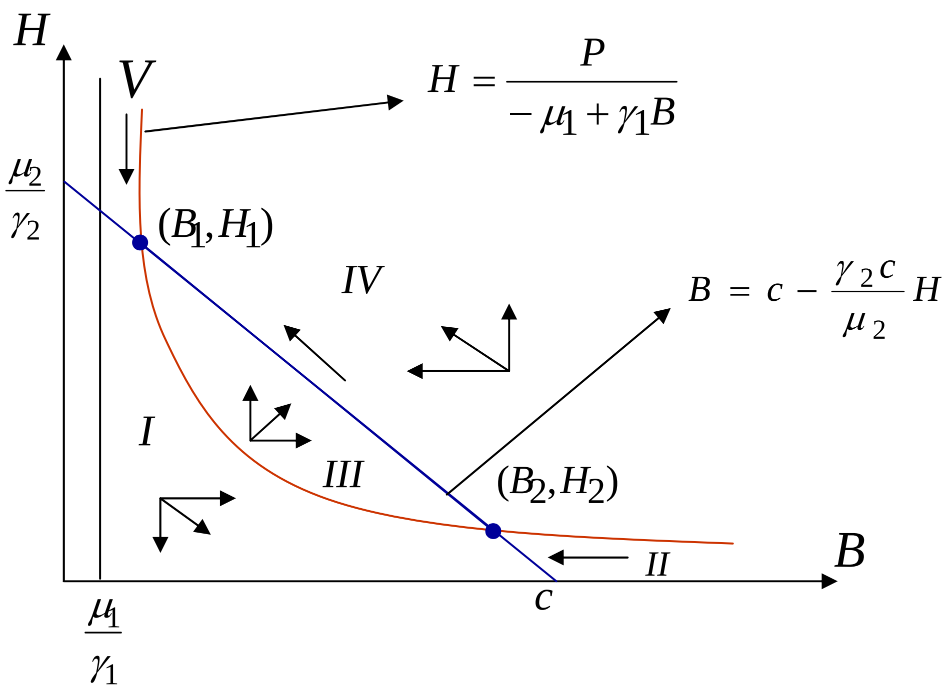
Dengan membuat persamaan di atas sama dengan nol maka akan diperoleh 2 persamaan, yaitu :

$$H = \frac{P}{-\mu_1 + \gamma_1 B}$$

dan

$$B = c - \frac{\gamma_2 c}{\mu_2} H$$

Jika kedua garis populasi tersebut digambarkan dalam bidang fase B dan H maka akan diperoleh bidang fase dengan arah dari vektor field sebagai berikut:



Gambar 1: Arah vektor field (dinamik) kedua populasi

Secara analitik kedua garis tersebut akan berpotongan satu sama lain dan menghasilkan titik eksistensi jika dan hanya jika diskriminannya negatif, yaitu:

$$Diskriminan := \mu 1^2\ \mu 2^2 - 2\ \mu 1\ \mu 2^2\ \gamma 1\ c + \gamma 1^2\ c^2\ \mu 2^2 - 4\ \gamma 1\ \gamma 2\ c\ P\ \mu 2 < 0$$

Jika hal ini terjadi maka A akan menghasilkan bentuk akar yang kompleks atau imajiner murni. Melihat kenyataan ini maka ada kemungkinan jenis kestabilan dari salah satu titik tetap atau keduanya berupa titik focus dengan nilai eigen yang kompleks atau berupa titik center dengan nilai eigen yang imajiner murni.

Selanjutnya, dari bentuk diskriminan tersebut akan dperoleh bentuk dari variabel P(perburuan) yang akan dikontrol, yaitu:

$$P = \frac{\mu_1^2 \mu_2 + \gamma_1^2 c^2 \mu_2 - 2\mu_1 \mu_2 \gamma_1 c}{4\gamma_1 \gamma_2 c}$$

Jika:

- $P > \dfrac{\mu_1^2 \mu_2 + \gamma_1^2 c^2 \mu_2 - 2\mu_1 \mu_2 \gamma_1 c}{4\gamma_1 \gamma_2 c}$ maka kedua garis populasi akan berpotongan. Ini berarti kedua populasi akan mempunyai titik eksistensi.
- $P < \dfrac{\mu_1^2 \mu_2 + \gamma_1^2 c^2 \mu_2 - 2\mu_1 \mu_2 \gamma_1 c}{4\gamma_1 \gamma_2 c}$ maka kedua garis populasi tidak akan berpotongan sehingga kedua populasi tidak mempunyai titik eksistensi.

Dari analisis di atas kita dapat menyimpulkan bahwa variabel utama yang harus dikontrol dalam model agar kedua populasi mempunyai titik eksistensi adalah variabel perburuan (P).

4. Validasi Model

Untuk mengetahui tingkat keakuratan model yang dibentuk maka dilakukan validasi model yaitu membandingkan antara hasil solusi model dengan data yang diperoleh dari lapangan.

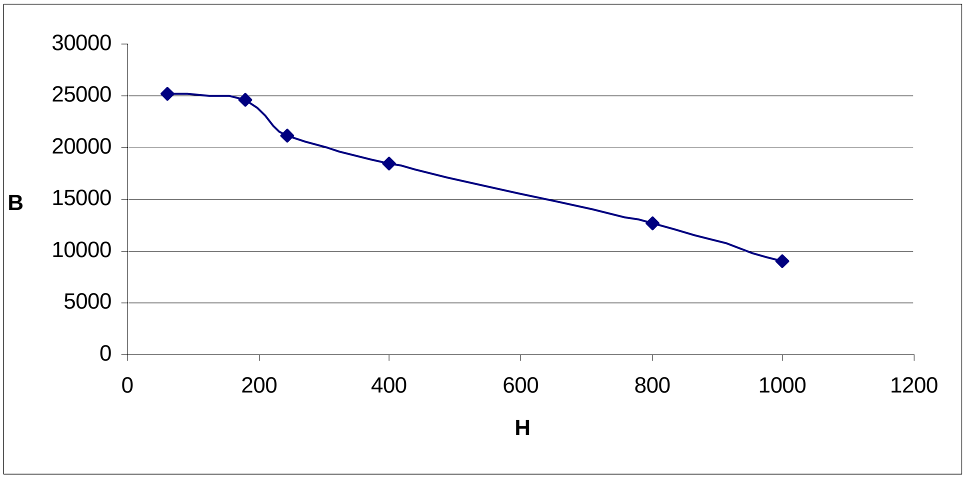
4.1 Hasil Plot Data

Data yang digunakan adalah data jumlah populasi Harimau Sumatera di Pulau Sumatera. Dari data tersebut dapat dilihat bahwa jumlah populasi Harimau Sumatera terus menurun dari tahun ke tahun akibat tingginya perburuan liar (lihat tabel 1). Data perburuan diambil dari data perdagangan Harimau Sumatera yang di ekspor ke Korea Selatan berupa rangka atau tulang Harimau untuk dijadikan sebagai bahan obat tradisional (lihat grafik 1). Selanjutnya data jumlah mangsanya yaitu babi hutan berupa data estimasi sebagai berikut:

Tabel 2: Data Jumlah Populasi Babi Hutan di Pulau Sumatera

TAHUN	JUMLAH POPULASI BABI HUTAN
1978	9128
1985	12777
1992	18435
1994	21173
1995	24604
2005	25188

Jika data dari kedua populasi di plot maka diperoleh grafik data jumlah populasi Babi Hutan dan Harimau Sumatera sebagai berikut :



Grafik 2: Data Jumlah Populasi Harimau Sumatera dan Babi Hutan

4.2 Hasil Plot Solusi Numerik Model

Tinjau kembali model yang telah dibentuk, yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{dH(t)}{dt} &= -\mu_1 H(t) + \gamma_1 H(t)B(t) - P \\ \frac{dB(t)}{dt} &= \mu_2 B(t) - \frac{\mu_2}{c} B(t)^2 - \gamma_2 H(t)B(t) \end{aligned} \tag{5}$$

Untuk mengetahui hasil plot solusi numerik model di atas, sebelumnya dilakukan estimasi parameter model. Berikut estimasi dari tiap parameter yang digunakan dalam model di atas.

- Rata-rata kematian alami Harimau per tahun (α_1).

  Usia hidup seekor Harimau Sumatera adalah 10-20 tahun. Jika diambil usia hidup rata-rata yaitu 15 tahun maka rata-rata (peluang) kematian alami Harimau per ekor per tahun adalah :

$$\alpha_1 = \frac{\text{jumlah harimau}}{\text{kapita} \times \text{tahun}} = \frac{1\text{ekor}}{\text{ekor} \times 15 \text{ tahun}} = \frac{0.0667}{\text{tahun}}$$

- Rata-rata kelahiran alami Harimau per tahun (β_1).

  Harimau betina akan mengalami masa kematangan sex pada usia 3 tahun sedangkan Harimau jantan pada usia 4 tahun. Harimau betina selama hidupnya dapat melahirkan anak dengan jumlah total sampai 30 ekor. Jarak antar kelahiran kurang lebih 22 bulan, atau 2–3 tahun, tetapi dapat lebih cepat bila anaknya mati. Lama kehamilan Harimau betina berkisar 102-110 hari. Dengan usia rata-rata 15 tahun maka seekor Harimau betina dapat melahiran anak 2 ekor anak pertahun. Dari data diketahui, pada tahun 1978 (t=0) jumlah Harimau Sumatera sebanyak 1000 ekor. Jika diasumsikan setengah dari jumlah Harimau tersebut adalah Harimau betina maka rata-rata (peluang) Harimau betina melahiran per tahun yaitu :

$$\beta_1 = \frac{\text{jumlah harimau}}{\text{kapita} \times \text{tahun}} = \frac{275 \times 2\,\text{ekor}}{\text{ekor} \times \text{tahun}} = \frac{1000}{\text{tahun}}$$

- Rata-rata kematian Babi Hutan per tahun (α_2).

  Usia hidup seekor Babi Hutan adalah 15-20 tahun. Jika diambil usia rata-rata yaitu 18 tahun maka rata-rata (peluang) kematian alami Babi Hutan per ekor per tahun adalah:

$$\alpha_2 = \frac{\text{jumlah babi hutan}}{\text{kapita} \times \text{tahun}} = \frac{1\,\text{ekor}}{\text{ekor} \times 18\ \text{tahun}} = \frac{0.0556}{\text{tahun}}.$$

- Rata-rata kelahiran alami Babi Hutan per ekor per tahun (β_2).

  Babi Hutan mengalami kematangan sex pada usia 18 bulan dan dapat melahirkan tiap tahun dengan jumlah anak yang dilahirkan maksimal 6 pasang dalam sekali melahirkan. Dengan usia hidup rata-rata 18 tahun maka selama hidupnya Babi Hutan dapat melahirkan anak dengan jumlah total sampai 192 ekor. Dari data estimasi diketahui bahwa pada tahun 1978 jumlah Babi Hutan sebanyak 9128 ekor. Jika diasumsikan bahwa setengah dari jumlah tersebut adalah babi betina maka rata-rata (peluang) anak yang dapat dilahirkan oleh babi betina adalah:

$$\beta_2 = \frac{\text{jumlah babi hutan}}{\text{kapita} \times \text{tahun}} = \frac{(4564 \times 192)\,\text{ekor}}{\text{ekor} \times 18\ \text{tahun}} = \frac{48682}{\text{tahun}}.$$

- Rata-rata (peluang) Harimau yang dapat bertahan hidup karena adanya mangsa diasumsikan sebesar $\gamma_1 = \frac{0.02}{\text{tahun}}$.

- Rata-rata (peluang) jumlah Babi Hutan yang mati karena keberadaan Harimau (γ_1).

  Diasumsikan dalam sehari 1 ekor Harimau memangsa 1 ekor Babi Hutan sehingga dalam setahun Harimau dapat memangsa Babi Hutan sebanyak 360 ekor sehingga rata-rata (peluang) jumlah Babi Hutan yang mati karena keberadaan Harimau adalah:

$$\gamma_2 = \frac{360}{\text{tahun}}.$$

- Jumlah maksimal Babi Hutan yang dapat ditampung dalam satu satuan luas (*carrying capacity*).

  Misalkan luas wilayah yang terdiri dari hutan dengan jumlah makanan yang berlimpah adalah 1.368.000 ha. Diasumsikan bahwa seekor Babi Hutan membutuhkan luas wilayah 1 ha untuk mendukung keberlangsungan hidupnya sehingga jumlah maksimal Babi Hutan yang dapat hidup dalam taman tersebut adalah :

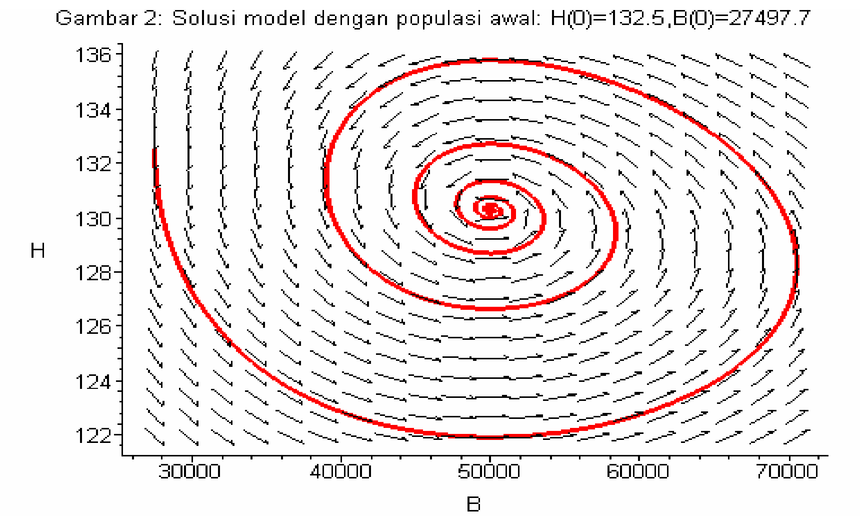
$$c = \frac{1.368.000\ \text{ha}}{1\ \text{ha}} = 1.368.000\ \ \text{ekor}$$

  Jadi jumlah babi hutan yang dapat ditampung dalam satu satuan luas adalah sebanyak 1.368.000 ekor Babi Hutan.

Jika semua parameter tersebut disubstitusi ke dalam model pada persamaan (3) maka akan diperoleh 2 titik tetap, yaitu :

- $\{ B = 27497.79699, H = 132.5094496 \}$
  dengan nilai eigen :
  $[-489.2599800 + 5098.565745\, I, -489.2599800 - 5098.565745\, I]$
  Karena kedua nilai eigen berbentuk kompleks dengan bagian realnya yang negatif maka titik tetap tersebut stabil dengan jenis titik tetapnya adalah titik fokus.
- $\{ B = 0.1367998868\ 10^{7}, H = 0.0001118983614 \}$
  dengan nilai eigen :
  $[26810.02946, -48681.88954]$.
  Karena kedua nilai eigen real dengan salah satu nilai eigennya negatif maka titik tetap tersebut tidak stabil dengan jenis titik tetapnya adalah titik sadel. Tetapi titik tetap ini tidak dapat dijadikan suatu perbandingan karena nilainya yang cukup kecil yang tidak dapat mewakili jumlah populasi keduanya.

Selanjutnya jika model di plot (menggunakan *software* Maple8) dengan nilai parameter di atas dan dengan mengambil populasi awal di sekitar titik tetap yang pertama yaitu $\{ B = 27497.79699, H = 132.5094496 \}$ dengan jumlah perburuan, $P = 2$ maka diperoleh bidang fase sebagai gambar pada halaman berikut ini:



Gambar 2: Solusi model dengan populasi awal: H(0)=132, B(0)=27497.7

5. Interpretasi Model

Dari data yang ada diketahui bahwa populasi Harimau Sumatera terus menerus menurun dengan jumlah populasi awal $(B, H) = (9128,1000)$ menjadi $(B, H) = (25188\ , 60)$. Hasil plot solusi numerik model yang berupa bidang fase menunjukkan bahwa terdapat satu titik eksistensi kedua populasi yang stabil yaitu di titik $\{ B = 27497.79699, H = 132.5094496 \}$.

Jika kita mengambil populasi awal dari data pada tahun ke-0 yaitu $(B, H) = (1000,9128)$ maka data tersebut berada di atas titik eksistensi model. Untuk jangka waktu tertentu ada kemungkinan laju perubahan kedua populasi akan bergerak mengikuti arah vector field dari trajektori dan akan stabil di titik tersebut.

Dalam kenyataan hal ini bisa saja terjadi jika parameter perburuan dapat dikontrol. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah dengan membatasi jumlah Harimau yang diburu yaitu maksimal 2 ekor per tahun. Dengan adanya kebijakan tersebut diharapkan dalam jangka waktu 15 tahun, populasi Harimau Sumatera dapat mencapai titik eksistensi tersebut sehingga populasinya akan bebas dari kepunahan.

6. Kesimpulan

Model predator prey yang dibentuk merupakan model predator prey yang cukup sederhana. Dari analisis model diperoleh satu titik eksistensi kedua populasi yang stabil. Ini menunjukkan bahwa pada waktu tertentu kedua populasi akan mencapai suatu kondisi setimbang yang stabil. Dalam kenyataan hal ini dapat terjadi jika faktor perburuan dapat dikontrol sehingga ada peluang populasi Harimau Sumatera tidak akan terancam punah.

Dengan memberlakukan kebijakan perburuan yaitu maksimal jumlah Harimau yang dapat diburu per tahun sebanyak 2 ekor maka diharapkan jumlah populasi Harimau Sumatera akan berada di level yang aman yaitu dengan mencapai titik eksistensi tersebut sehingga masalah kepunahan Harimau Sumatera dapat dihindari.

Daftar Pustaka

[1] Boyce W.E., DiPrima R.C., *Elementary Differential Equation and Boundary Value Problems*, Fifth Edition, Canada, John Wiley & Sons, Inc., 1992.

[2] *Tiada Tempat Untuk Berlindung: Perdagangan Harimau Sumatera*, TRAFFIC Asia Tenggara , Petaling Jaya, Selangor, Malaysia , 2004.

[3] **www.google.com** : *Forest Watch Indonesia*

[4] **www.google.com** : *Sumatran Tiger Conservation*

[5] **www.google.com** : *Tigers in Danger Matt Linkie.html*