

*Application of Double Exponential Smoothing Holt
and Triple Exponential Smoothing Holt-Winter
with Golden Section Optimization to Forecast Export Value
of East Borneo Province*

*Aplikasi Double Exponential Smoothing Holt
dan Triple Exponential Smoothing Holt-Winter
dengan Optimasi Golden Section untuk Meramalkan Nilai Ekspor
Provinsi Kalimantan Timur*

Novita Andriani¹, Sri Wahyuningsih², Meiliyani Siringoringo²

Abstract

Exponential smoothing is one of the short term forecasting methods. The selection of the forecasting method can be done by considering the type of data pattern, such as the Double Exponential Smoothing (DES) Holt method which can be used on trend patterned data and the Triple Exponential Smoothing (TES) Holt-Winter method which can be used on trend and seasonal patterned data. The main problem in using the Holt DES and Holt-Winter TES methods is the parameter selection which is usually done by trial and error, but this method takes a long time so that in this research a more efficient method is used to obtain optimal parameters, namely the golden section method. The purpose of this research was to forecast and obtain the best method for forecasting the export value of East Borneo Province. The results showed that the forecasted of export values used the Holt DES, the additive Holt-Winter TES, and the multiplicative Holt-Winter TES with golden section optimization method had a MAPE of less than 10%, which means that the forecast used these methods were very good. The best method to predict the export value of East Borneo Province was the additive Holt-Winter TES with golden section optimization method.

Keywords: Golden section, Holt's double exponential smoothing, Holt-Winter's triple exponential smoothing.

Abstrak

Exponential smoothing merupakan salah satu metode peramalan jangka pendek. Pemilihan metode peramalan tersebut dapat dilakukan dengan mempertimbangkan jenis pola data, seperti metode *Double Exponential Smoothing* (DES) Holt yang dapat digunakan pada data yang berpola tren dan metode *Triple Exponential Smoothing* (TES) Holt-Winter yang dapat digunakan pada data yang berpola tren dan musiman. Masalah utama dalam penggunaan metode DES Holt dan TES Holt-Winter

¹Laboratorium Statistika Ekonomi dan Bisnis, FMIPA, Universitas Mulawarman

²Program Studi S1 Statistika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman

Email address: novitanoi28@gmail.com, swahyuningsih@fmipa.unmul.ac.id,
meiliyanisiringoringo@fmipa.unmul.ac.id



adalah pemilihan parameter yang biasanya dilakukan dengan cara *trial and error*, namun cara tersebut membutuhkan waktu yang cukup lama sehingga pada penelitian ini digunakan metode yang lebih efisien untuk memperoleh parameter optimal, yaitu metode *golden section*. Tujuan penelitian ini adalah melakukan peramalan dan memperoleh metode terbaik untuk meramalkan nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa peramalan nilai ekspor dengan metode DES Holt, TES Holt-Winter aditif, dan TES Holt-Winter multiplikatif dengan optimasi *golden section* mempunyai MAPE kurang dari 10% yang berarti bahwa hasil peramalan dengan metode-metode tersebut sangat baik. Metode terbaik untuk meramalkan nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur adalah metode TES Holt-Winter aditif dengan optimasi *golden section*.

Kata Kunci: *Double exponential smoothing Holt, golden section, triple exponential smoothing Holt-Winter.*

1. PENDAHULUAN

Peramalan (*forecasting*) adalah suatu kegiatan memprediksi kejadian di masa yang akan datang berdasarkan pada data di masa lampau [7]. Peramalan dibedakan menjadi tiga jenis berdasarkan jangka waktu peramalan, yaitu peramalan jangka pendek, menengah, dan panjang. Pemilihan metode peramalan dapat dilakukan dengan mempertimbangkan jenis pola data, yaitu pola stasioner, tren, musiman, dan siklis [5].

Metode *exponential smoothing* merupakan salah satu metode peramalan jangka pendek [7]. Berdasarkan banyaknya pemulusan, metode *exponential smoothing* dapat dibagi menjadi beberapa macam, yakni metode *Single Exponential Smoothing* (SES), *Double Exponential Smoothing* (DES), dan *Triple Exponential Smoothing* (TES). Metode SES dapat digunakan pada data yang mempunyai pola stasioner. Metode DES Holt dan DES Brown dapat digunakan pada data yang mempunyai pola tren. Metode TES Holt-Winter dapat digunakan pada data yang menunjukkan pola tren dan juga musiman [5]. Masalah utama dalam penggunaan metode *exponential smoothing* adalah pemilihan parameter yang biasanya dilakukan dengan cara *trial and error*, namun cara tersebut membutuhkan waktu yang cukup lama sehingga digunakan metode yang lebih efisien untuk memperoleh parameter optimal, yaitu metode *golden section* [10]. Adapun beberapa penelitian mengenai metode *golden section* sebagai metode optimasi parameter pemulusan, seperti yang telah dilakukan oleh Fitria [1], tentang optimasi parameter SES menggunakan metode *golden section*, diperoleh tingkat akurasi peramalan yang sangat baik, yaitu sebesar 99,21% dan membutuhkan waktu yang lebih singkat dibandingkan dengan cara *trial and error*. Penelitian yang telah dilakukan oleh Yeng, dkk [9], tentang identifikasi parameter optimum DES menggunakan *golden section*, diperoleh tingkat kesalahan kurang dari 5%, artinya tingkat akurasi peramalan sangat baik. Penelitian yang telah dilakukan juga oleh Prihatmono, dkk [6], tentang peramalan menggunakan *moving average* dan TES Holt-Winter dengan optimasi *golden section*, diperoleh hasil bahwa metode TES Holt-Winter merupakan metode terbaik dengan tingkat kesalahan peramalan kurang dari 10%.

Aplikasi dari metode *exponential smoothing* dapat diterapkan pada data nilai ekspor. Berdasarkan Badan Pusat Statistik, Provinsi Kalimantan Timur merupakan provinsi dengan nilai ekspor terbesar ke-3 di Indonesia. Apabila ditinjau dari data nilai ekspor tahunan, nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur mengalami penurunan dari tahun 2018 sampai dengan tahun 2020. Penurunan ini akan berdampak pada perekonomian sehingga peramalan dilakukan untuk menentukan arah perencanaan yang efektif dan efisien dalam mengatasi hal tersebut. Bersama dengan uraian aplikasi metode DES dan TES, penulis akan melakukan peramalan nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur bulan Mei dan Juni tahun 2021 menggunakan metode DES Holt dan TES Holt-Winter dengan optimasi *golden section* dan memperoleh metode terbaik.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Double Exponential Smoothing (DES) Holt*

DES Holt adalah metode pemulusan eksponensial dengan dua parameter yang berbeda dalam memuluskan nilai tren dan data aktual. Ramalan dari DES Holt diperoleh dengan persamaan berikut:

$$L_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (2.1)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (2.2)$$

$$F_{t+m} = L_t + T_t m \quad (2.3)$$

inisialisasi DES Holt untuk menaksir dua nilai pemulusan, yaitu L_1 dan T_1 dapat dilakukan dengan persamaan berikut [5]:

$$L_1 = X_1 \quad (2.4)$$

$$T_1 = X_2 - X_1 \quad (2.5)$$

dimana:

α : parameter pemulusan level, $0 \leq \alpha \leq 1$;

β : parameter pemulusan tren, $0 \leq \beta \leq 1$;

X_t : data aktual pada waktu ke- t ;

L_t : pemulusan level pada waktu ke- t ;

T_t : pemulusan tren pada waktu ke- t ;

F_{t+m} : peramalan pada waktu ke- $(t + m)$.

2.2 *Triple Exponential Smoothing (TES) Holt-Winter*

TES Holt-Winter adalah metode peramalan yang didasarkan atas tiga persamaan pemulusan, yaitu persamaan pemulusan level, komponen tren, dan komponen musiman yang masing-masing persamaan pemulusan memiliki parameter yang berbeda. Metode TES Holt-Winter mempunyai dua jenis musiman, yaitu musiman aditif dan multiplikatif. Metode TES Holt-Winter aditif digunakan apabila data menunjukkan adanya tren dan fluktuasi musiman yang relatif konstan seiring bertambahnya waktu. Metode TES Holt-Winter multiplikatif digunakan apabila data menunjukkan adanya tren dan fluktuasi musiman yang semakin besar seiring bertambahnya waktu [2].

Persamaan pemulusan pada metode TES Holt-Winter aditif adalah sebagai berikut:

$$L_t = \alpha(X_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (2.6)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (2.7)$$

$$S_t = \gamma(X_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad (2.8)$$

$$F_{t+m} = L_t + T_t m + S_{t-s+m} \quad (2.9)$$

komponen level, tren, dan musiman pada metode TES Holt-Winter aditif dapat diinisialisasi menggunakan persamaan berikut:

$$L_s = \frac{1}{s}(X_1 + X_2 + \dots + X_s) \quad (2.10)$$

$$T_s = \frac{1}{s} \left(\frac{X_{s+1} - X_1}{s} + \frac{X_{s+2} - X_2}{s} + \dots + \frac{X_{s+s} - X_s}{s} \right) \quad (2.11)$$

$$S_i = X_i - L_s \quad (2.12)$$

Persamaan pemulusan pada metode TES Holt-Winter multiplikatif adalah sebagai berikut:

$$L_t = \alpha \frac{X_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (2.13)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (2.14)$$

$$S_t = \gamma \frac{X_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s} \quad (2.15)$$

$$F_{t+m} = (L_t + T_t m) S_{t-s+m} \quad (2.16)$$

komponen level, tren, dan musiman pada metode TES Holt-Winter multiplikatif dapat diinisialisasi menggunakan persamaan [2]:

$$L_s = \frac{1}{s} (X_1 + X_2 + \dots + X_s) \quad (2.17)$$

$$T_s = \frac{1}{s} \left(\frac{X_{s+1} - X_1}{s} + \frac{X_{s+2} - X_2}{s} + \dots + \frac{X_{s+s} - X_s}{s} \right) \quad (2.18)$$

$$S_i = \frac{X_i}{L_s} \quad (2.19)$$

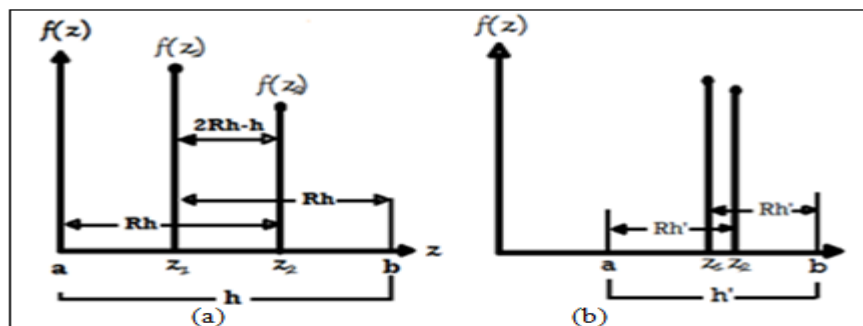
dimana:

- α : parameter pemulusan level, $0 \leq \alpha \leq 1$;
- β : parameter pemulusan tren, $0 \leq \beta \leq 1$;
- γ : parameter pemulusan musiman, $0 \leq \gamma \leq 1$;
- X_t : data aktual pada waktu ke- t ;
- L_t : pemulusan level pada waktu ke- t ;
- T_t : pemulusan tren pada waktu ke- t ;
- S_t : pemulusan musiman pada waktu ke- t ;
- s : panjang musiman;
- L_s : pemulusan level pada waktu ke- s ;
- T_s : pemulusan tren pada waktu ke- s ;
- S_i : pemulusan musiman pada waktu ke- i , $i = 1, 2, \dots, s$;
- F_{t+m} : peramalan pada waktu ke- $(t + m)$.

2.3 Optimasi Golden Section

Optimasi adalah istilah yang sering digunakan untuk meminimalkan atau memaksimalkan suatu fungsi [4]. *Golden section* merupakan suatu pendekatan yang digunakan untuk mencari domain yang menghasilkan fungsi optimal pada univariat. Pendekatan ini menggunakan prinsip *elimination method*, yaitu mengurangi daerah yang mungkin terdapat fungsi yang optimal secara iteratif. Metode ini juga dapat digunakan untuk masalah bivariat dan multivariat dengan menerapkan pendekatan ke satu variabel pada satu waktu [3]. Menurut Yuwida [10], penentuan parameter peramalan yang optimal pada metode pemulusan eksponensial menggunakan *golden section*, fungsi objektifnya adalah ukuran kesalahan peramalan dan masalah yang dihadapi adalah masalah meminimalkan.

Pada metode *golden section*, misalkan nilai minimum berada pada interval $[a, b]$ dengan panjang h , akan membutuhkan nilai R untuk menentukan dua titik yang simetris (z_1 dan z_2) dalam interval tersebut. Nilai R dapat ditentukan dengan rumus berikut yang diilustrasikan pada Gambar 2.1 [4].



Gambar 2.1 Ilustrasi golden section

Berdasarkan Gambar 2.1(a) dapat dilihat bahwa nilai fungsi dari z_2 adalah nilai fungsi yang paling minimum dibandingkan dengan nilai fungsi dari z_1 ($f(z_2) < f(z_1)$), maka interval $[a, z_1]$ pada Gambar 2.1(a) dihilangkan karena nilai minimum tidak berada pada interval tersebut. Kemudian dibuat interval baru $[a = z_1; b = b]$ dimana z_1 (yang baru) = z_2 (yang lama); dan z_2 (yang baru) = $a + Rh'$, dapat dilihat pada Gambar 2.1(b). Proses tersebut diulangi sampai $|z_2 - z_1| \leq \varepsilon$ dan dapat diketahui juga bahwa:

$$2Rh - h = h' - Rh' \quad (2.20)$$

dimana $h' = Rh$, substitusikan ke Persamaan (2.20) dan diperoleh Persamaan (2.21) dan (2.22) berikut,

$$2R - 1 = R(1 - R) \quad (2.21)$$

$$R^2 + R - 1 = 0 \quad (2.22)$$

$$R_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = 0,618 \quad (2.23)$$

$$R_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} = -1,618 \quad (2.24)$$

agar jarak pada interval semakin kecil maka nilai R yang digunakan adalah nilai R_1 yaitu 0,618. Nilai z_1 dan z_2 dapat ditentukan dengan persamaan berikut:

$$z_1 = aR + (1 - R)b \quad (2.25)$$

$$z_2 = a + b - z_1 \quad (2.26)$$

dimana:

- a : batas bawah interval yang memuat domain optimal;
- b : batas atas interval yang memuat domain optimal;
- R : *golden ratio*;
- h : panjang interval awal pada kasus univariat;
- h' : panjang interval baru pada kasus univariat;
- z_1 : titik simetri ke-1 pada interval untuk kasus univariat;
- z_2 : titik simetri ke-2 pada interval untuk kasus univariat;
- $f(z_1)$: fungsi pada kasus univariat dari domain z_1 ;
- $f(z_2)$: fungsi pada kasus univariat dari domain z_2 ;
- ε : batas toleransi.

2.4 Ukuran Kesalahan Peramalan

Ukuran kesalahan peramalan adalah suatu instrumen yang digunakan untuk mengetahui ketepatan ramalan yang akan datang. Ukuran-ukuran yang sering digunakan menyangkut kesalahan persentase, yaitu *Percentage Error* (PE) yang digunakan untuk mengetahui kesalahan persentase pada waktu ke- t , *Mean Percentage Error* (MPE) yang digunakan untuk mengetahui nilai tengah kesalahan persentase, dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yang digunakan untuk mengetahui nilai tengah dari absolut kesalahan persentase. Berikut adalah persamaan dari ukuran kesalahan PE dan MAPE:

$$PE_t = \left(\frac{X_t - F_t}{X_t} \right) \times 100\% \quad (2.27)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |PE_t| \quad (2.28)$$

dimana n adalah banyak data, X_t adalah data aktual pada waktu ke- t dan F_t adalah ramalan pada waktu ke- t [5].

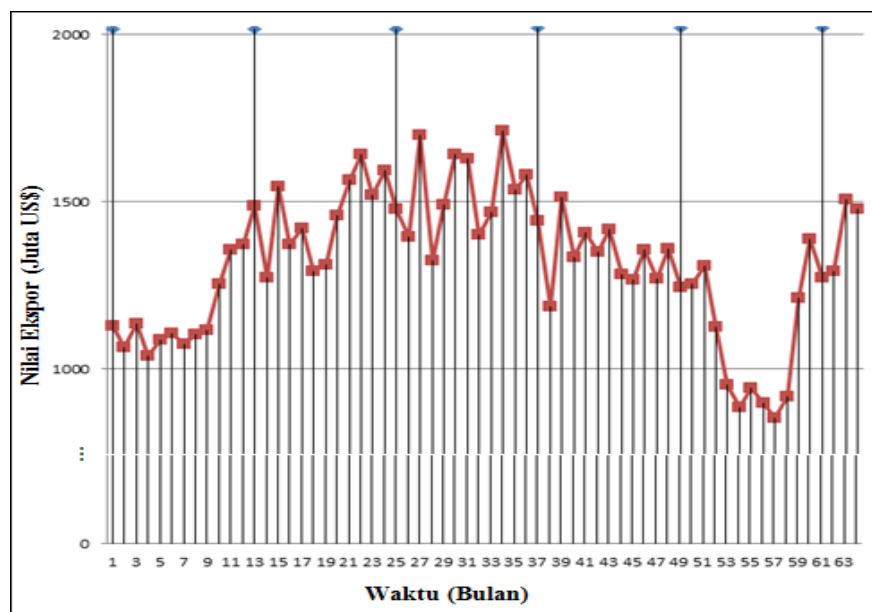
MAPE mengindikasikan seberapa besar kesalahan dalam meramal. Semakin kecil nilai MAPE maka akan semakin akurat ramalan yang dihasilkan dan sebaliknya. Model peramalan dikatakan baik jika nilai MAPE lebih dari sama dengan 10 atau kurang dari sama dengan 20, dan dikatakan sangat baik jika memiliki nilai MAPE kurang dari 10 [8].

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Uraian dalam hasil dan pembahasan diawali dengan pemaparan statistika deskriptif yang berguna untuk mengetahui pola pada data nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur.

3.1 Statistika Deskriptif

Data yang digunakan adalah data nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur pada bulan Januari 2016 sampai dengan April 2021. Tahapan pertama pada penelitian ini adalah mengamati pola data yang dapat diketahui secara visual dengan memperhatikan grafik runtun waktu pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Grafik runtun waktu nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur

Berdasarkan Gambar 3.1 dapat diketahui bahwa nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur cenderung naik sampai tahun 2018 dan mulai turun sampai pertengahan tahun 2020, kemudian kembali mengalami kenaikan pada awal tahun 2021. Kecenderungan naik dan turun ini mengindikasikan adanya pola tren pada data. Selain itu terdapat pola yang berulang di setiap tahunnya, seperti pada bulan Februari ke Maret mengalami kenaikan, pada bulan Maret ke April mengalami penurunan, pada bulan September ke Oktober mengalami kenaikan, dan pada bulan November ke Desember mengalami kenaikan. Pola yang berulang tersebut mengindikasikan adanya musiman pada data dengan panjang musiman sebesar 12 ($s = 12$). Hal tersebut didukung juga oleh penentuan panjang musiman secara *trial and error* dan diperoleh panjang musiman yang mempunyai MAPE terkecil adalah panjang musiman sebesar 12.

3.2 Hasil Peramalan

Peramalan menggunakan metode DES Holt dan TES Holt-Winter dengan optimasi *golden section* dilakukan dengan bantuan *software R* yang diawali dengan menentukan interval awal parameter yaitu $[0,1]$ dan batas toleransi ε sebesar 0,0001. Kemudian menentukan dua titik simetri pada masing-masing interval parameter. Setelah itu, dicari MAPE minimum diantara kombinasi titik simetri dan mengurangi interval parameter sampai diperoleh interval yang mempunyai $|\alpha_1 - \alpha_2| \leq \varepsilon$; $|\beta_1 - \beta_2| \leq \varepsilon$; dan $|\gamma_1 - \gamma_2| \leq \varepsilon$.

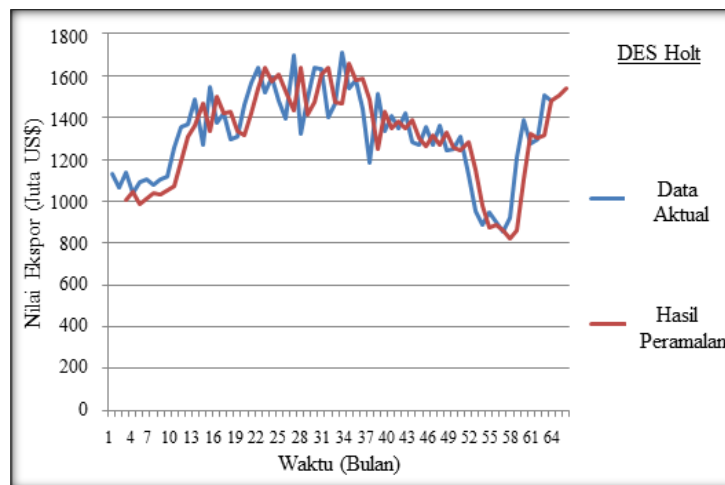
Novita Andriani, Sri Wahyuningsih, Meiliyani Siringoringo

Interval yang diinginkan telah diperoleh dan menghasilkan 4 titik pada masing-masing interval parameter. Penentuan parameter optimal dilakukan berdasarkan nilai MAPE minimum dari kombinasi semua titik dan diperoleh parameter optimal yang dapat dilihat pada Tabel 3.1.

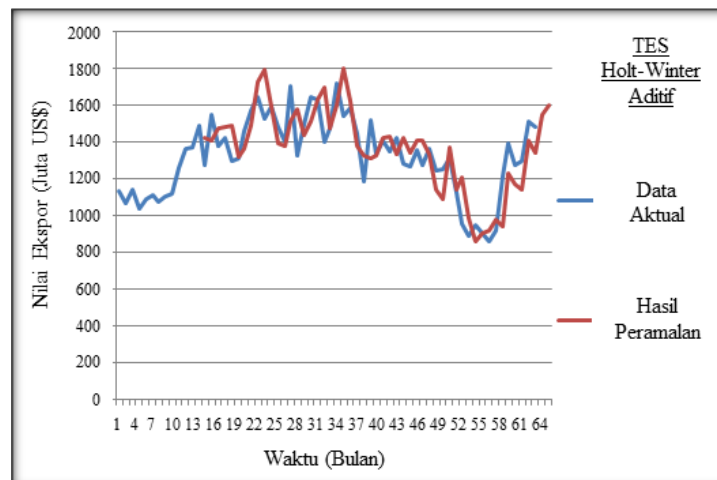
Tabel 3.1 Parameter Optimal dan MAPE

Metode	Parameter			MAPE (%)
	α	β	γ	
DES Holt	0,69358760	0,11144160	-	8,517747
TES Holt-Winter Aditif	0,82944190	0,08072569	0,52783690	8,042537
TES Holt-Winter Multiplikatif	0,81904390	0,06464048	0,76392400	8,112887

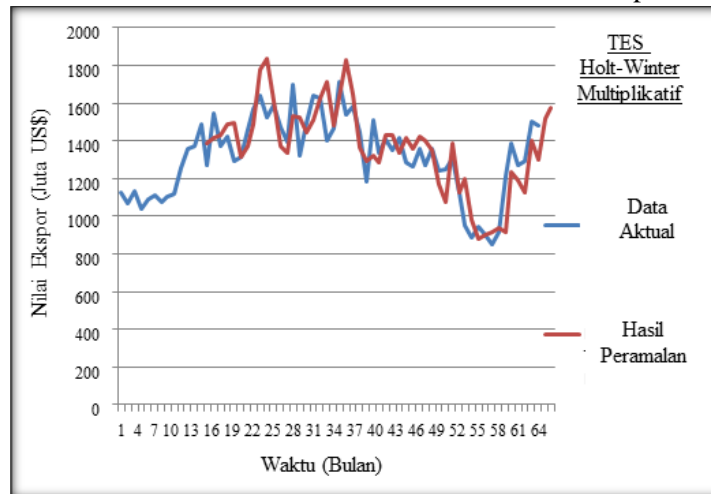
Tabel 3.1 menunjukkan bahwa metode DES Holt, TES Holt-Winter aditif, dan TES Holt-Winter multiplikatif dengan optimasi *golden section* mempunyai MAPE kurang dari 10% yang berarti ketiga metode tersebut mempunyai tingkat akurasi yang sangat baik. Hasil peramalan nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur menggunakan metode DES Holt, TES Holt-Winter aditif, dan TES Holt-Winter multiplikatif dengan parameter optimal dapat dilihat pada Gambar 3.2 dan Tabel 3.2.



(a)



(b)

Gambar 3.2 Grafik runtun waktu data aktual dan hasil peramalan

(c)

Gambar 3.2 Grafik runtun waktu data aktual dan hasil peramalan (lanjutan)

Gambar 3.2 menunjukkan bahwa secara visual hasil peramalan nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur menggunakan metode DES Holt, TES Holt-Winter aditif, dan TES Holt-Winter multiplikatif dengan optimasi *golden section* tidak berbeda jauh dengan data aktual, hal ini mengindikasikan bahwa hasil peramalan sudah mendekati data aslinya.

Tabel 3.2 Hasil Peramalan

Metode	Hasil Peramalan (Juta US\$)	
	Mei 2021	Juni 2021
DES Holt	1.508,7753	1.539,8600
TES Holt-Winter Aditif	1.543,6466	1.596,7751
TES Holt-Winter Multiplikatif	1.513,9920	1.574,1550

Berdasarkan Tabel 3.2 dapat diketahui bahwa hasil peramalan bulan Mei dan Juni 2021 menggunakan metode TES Holt-Winter aditif dengan optimasi *golden section* menunjukkan hasil peramalan yang paling besar dibandingkan dengan metode DES Holt dan TES Holt-Winter multiplikatif dengan optimasi *golden section*.

4. KESIMPULAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh kesimpulan bahwa hasil peramalan nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur menggunakan metode DES Holt, TES Holt-Winter Aditif, dan TES Holt-Winter Multiplikatif dengan optimasi *golden section* mengalami kenaikan dari bulan Mei ke Juni tahun 2021. Metode terbaik untuk peramalan nilai ekspor Provinsi Kalimantan Timur adalah metode TES Holt-Winter aditif dengan optimasi *golden section* karena mempunyai MAPE terkecil.

4.2 Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan, saran yang diajukan peneliti untuk penelitian selanjutnya adalah dapat menggunakan pengujian hipotesis periodogram untuk mengetahui adanya musiman dan dapat menggunakan metode optimasi lainnya untuk menentukan parameter pemulusan, seperti metode biseksi, metode kuadratik, dan metode Levenberg Marquardt.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Fitria, V.A., 2018. Parameter Optimization of Single Exponential Smoothing Using Golden Section Method for Groceries Forecasting. *Jurnal Sains, Matematika, dan Terapan*, Vol.4, No.2, 89-97.
- [2] Hamidah, S.N., Salam, N., & Susanti, D.S., 2017. Teknik Peramalan Menggunakan Metode Pemulusan Eksponensial Holt-Winters. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan "Epsilon"*, Vol.7, No.2, 26-33.
- [3] Jaluria, Y., 2020. *Design and Optimalization of Thermal System, Third Edition, With MATLAB Application*. New York: CRC Press.
- [4] Kiusalaas, J., 2005. *Numerical Methods in Engineering with MATLAB*. United States of America : Cambridge University.
- [5] Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & McGee, V.E., 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan, Jilid 1*. Jakarta : Binarupa Aksara.
- [6] Prihatmono, M.W & Utami, E., 2017. Analysis of Moving Average and Holt-Winters Optimization by Using Golden Section for Ritase Forecasting. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, Vol.95, No.23, 6575-6584.
- [7] Purba, A., 2015. Perancangan Aplikasi Peramalan Jumlah Calon Mahasiswa Baru yang Mendaftar Menggunakan Metode Single Exponential Smoothing (Studi Kasus : Fakultas Agama Islam UISU). *Jurnal Riset Komputer*, Vol.2, No.6, 8-12.
- [8] Sinaga, H.D.E & Irawati, N., 2018. Perbandingan Double Moving Average dengan Double Exponential Smoothing pada Peramalan Bahan Medis Habis Pakai. *Jurnal Teknologi dan Sistem Informasi*, Vol.4, No.2 197-204.
- [9] Yeng, F.F., Suhaimi, A., & Yoke, S.K., 2020. Golden Exponential Smoothing: A Self-Adjusted Method for Identifying Optimum Alpha. *Malaysian Journal of Computing*, Vol.5, No.2, 587-596.
- [10] Yuwida, N., Hanafi, L., & Wahyuningsih, N., 2012. Estimasi Parameter α dan γ dalam Pemulusan Eksponensial Ganda Dua Parameter dengan Metode Golden Section. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol.1, No.1, A18-A22.